

梯形齿与双圆弧齿同步带传动精度分析

郭建华

谷淑娟 夏金林

(齐齐哈尔大学)

(齐齐哈尔第二机床厂)

摘要 分析了同步带齿与轮齿齿形参数在传动中产生的多边形效应基础上,建立了同步带传动精度计算模型,由此分析了紧边长度、带与轮齿形参数对传动精度的影响,并对梯形齿、双圆弧齿同步带传动精度进行了计算和比较,为同步带在精密设备上的应用提供了计算依据。

关键词 梯形齿 双圆弧齿 同步带 传动精度

0 引言

由于同步带具有可实现大中心距、定比传动等特点,在一些场合取代了V带、链、齿轮传动;又由于它比传统的链条传动具有高速、低噪声、不需润滑、质量轻等特性,被广泛应用于具有精密传动的自动机械及控制系统中。本文在建立了同步带传动精度计算模型基础上,分析了同步带齿形、参数对传动精度的影响。

1 同步带传动精度模型建立

设定条件1:建模中,取带紧边的节线与主、从动轮节圆切点为带位移计算的基点。由于运动的周期性,研究带在一个节距运动范围内从动轮的速度波动。

设定条件2:带轮与带的齿侧间隙不计。

1.1 基本公式

同步带是一种柔性传动系统,通过带轮的轮齿驱动带齿使同步带运动。由于带齿刚度相对较大,带齿间的带基部分绕带轮齿顶产生柔性挠曲变形,而带齿部分产生多边形效应,多边形效应是影响同步带传动精度的一个重要因素。而不同齿形的同步带产生多边形效应不同,因此,本文首先建立传动精度的计算模型。根据文献[1],同步带传动的两轮中心距 A 、紧边长度 L 计算式为

$$A = 0.25P(L_p - \Delta + \sqrt{(L_p - \Delta)^2 - 8(\Delta/\pi)^2}) \quad (1)$$

$$L = \sqrt{A^2 - (P\Delta/\pi)^2} \quad (2)$$

式中 P 为节距; L_p 为带周长 L 的节距数; $\Delta = 0.5(Z_1 + Z_2)$, Z_1, Z_2 是主、从动轮齿数。

1.2 梯形齿同步带传动精度建模

如图1所示,取带齿对称线和带的节线的交点作为主动轮上的计算基点,坐标系 XOY 的 O 点在带轮的圆心, X 轴与两带轮的紧边节线平行, Y 轴过主动轮上的计算基点; $X_f O_f Y_f$ 与带固联, X_f 轴与紧边节线重合, Y_f 平行 Y 轴; $X_p O_p Y_p$ 与带轮固联, O_p 在带轮的圆心,运动

开始三坐标系的 Y 轴重合。带沿节线的移动量 $S_1 (S_1 = x_{fo})$ 与主动轮对应转角 θ_1 及带与轮齿顶接触点的轮齿速度复数矢 V_1 关系为分段函数:

当 $0 \leq \theta_1 < \varphi_1$ 时

$$S_1 = R_1 \sin \varphi_1 - \sin(\varphi_1 - \theta_1), \quad V_1 = R_1 \omega_1 (\cos(\varphi_1 - \theta_1) + i \sin(\varphi_1 - \theta_1))$$

当 $\varphi_1 \leq \theta_1 < \varphi_1 + \beta_1$ 时

$$S_1 = R_1 (\sin \varphi_1 + \theta_1 - \varphi_1), \quad \dot{V}_1 = R_1 \omega_1, \quad (3)$$

当 $\varphi_1 + \beta_1 \leq \theta_1 < \gamma$ 时

$$S_1 = R_1 (\sin \varphi_1 + \beta_1 + \sin(\theta_1 - \varphi_1 - \beta_1)), \quad V_1 = R_1 \omega_1 (\cos(\theta_1 - \varphi_1 - \beta_1) + i \sin(\theta_1 - \varphi_1 - \beta_1))$$

式中 φ_1 为带轮圆心与齿槽相邻齿顶圆心间的夹角之半(对应的是带齿部分, 传动中不产生挠曲变形, 而产生多边形效应); β_1 为轮齿上两齿顶圆心间夹角之半(对应的是带齿槽部分, 可以缠绕在带轮上); θ_1 为带轮的转角; γ 为带轮节圆上一个节距对应的圆心角, $\gamma = P/R_1$; R_1 为带轮的节圆半径; ω_1 为驱动轮的角速度。

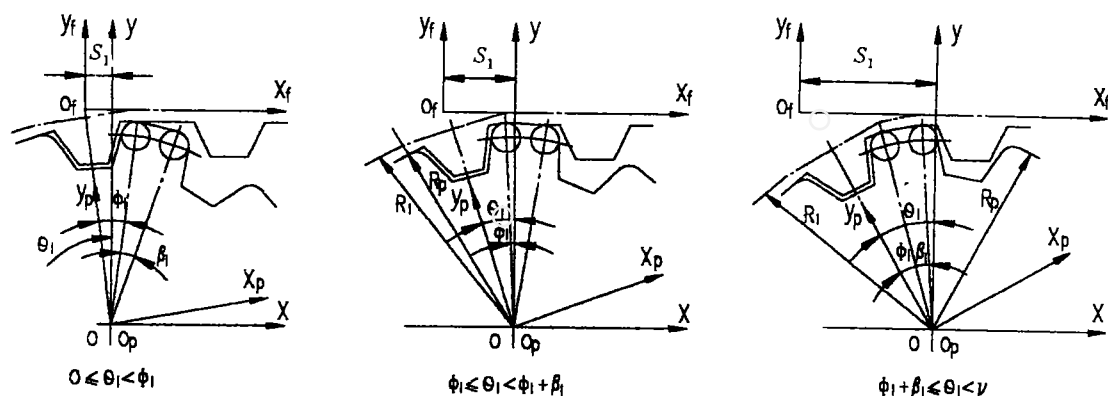


图1 梯形齿同步带移动量 S_1 与转角 θ_1 关系

同理可推出, 从动带轮侧带的移动量 S_2 、从动轮转角 θ_2 及带与轮齿顶接触点的带齿速度矢 V_2 关系。

1.3 双圆弧齿同步带传动精度建模

对于双圆弧齿同步带, 由于带轮槽底为一圆弧, 其作用是圆弧段齿槽顶住带齿顶使带齿产生弯曲以消除多边形效应(见图2), 因此, 在带与轮相接触的一个节距内分为5段7个计算区间。 φ_1 为轮齿槽底部凸起弧与带轮中心夹角之半, 计算时不产生多边形效应, β_1 为轮槽底部底弧圆心与带轮齿顶圆弧圆心的夹角之半, 计算时分2段考虑, ϕ_1 为带轮齿顶弧圆心角, 坐标系的建立与梯形齿相同, 带的移动量 S_1 与主动轮转角 θ_1 及带与轮齿顶接触点的轮齿速度矢 V_1 关系为分段函数;

当 $0 \leq \theta_1 < \varphi_1$ 时

$$S_1 = R_1 \theta, \quad V_1 = R_1 \omega_1$$

当 $\varphi_1 \leq \theta_1 < \varphi_1 + 0.5\beta_1$ 时

$$S_1 = R_1(\varphi + \sin(\theta_1 - \varphi)), \quad V_1 = R_1\omega_1(\cos(\varphi - \theta_1) + i\sin(\varphi - \theta_1))$$

当 $\varphi + 0.5\beta_1 \leq \theta_1 < \varphi + \beta_1$ 时

$$S_1 = R_1(\varphi + 2\sin(0.5\beta_1) - \sin(\varphi + \beta_1 - \theta_1))$$

$$V_1 = R_1\omega_1(\cos(\varphi + \beta_1 - \theta_1) + i\sin(\varphi + \beta_1 - \theta_1))$$

当 $\varphi + \beta_1 \leq \theta_1 < \varphi + \beta_1 + \psi_1$ 时

$$S_1 = R_1(2\sin(0.5\beta_1) + \theta_1 - \beta_1), \quad V_1 = R_1\omega_1$$

(4)

当 $\varphi + \beta_1 + \psi_1 \leq \theta_1 < \varphi + 1.5\beta_1 + \psi_1$ 时

$$S_1 = R_1(\varphi + \psi_1 + 2\sin(0.5\beta_1) + \sin(\theta_1 - \varphi - \psi_1 - \beta_1))$$

$$V_1 = R_1\omega_1(\cos(\varphi + \psi_1 + \beta_1 - \theta_1) + i\sin(\varphi + \psi_1 + \beta_1 - \theta_1))$$

当 $\varphi + 1.5\beta_1 + \psi_1 \leq \theta_1 < \varphi + 2\beta_1 + \psi_1$ 时

$$S_1 = R_1(\varphi + \psi_1 + 4\sin(0.5\beta_1) - \sin(\varphi - \psi_1 + 2\beta_1 - \theta_1))$$

$$V_1 = R_1\omega_1(\cos(\varphi + \psi_1 + 2\beta_1 - \theta_1) + i\sin(\varphi + \psi_1 + 2\beta_1 - \theta_1))$$

当 $\varphi + 2\beta_1 + \psi_1 \leq \theta_1 < \gamma$ 时

$$S_1 = R_1(4\sin(0.5\beta_1) + \theta_1 - 2\beta_1), \quad V_1 = R_1\omega_1$$

同理可推出,从动轮侧带的移动量 S_2 、从动轮转角 θ_2 及带与轮齿顶接触点的轮齿速度矢 V_2 关系。

1.4 主、从动轮的转速、带位移关系

设紧边为定长,其长度 L 为

$$L = nP + \delta P \quad (5)$$

式中 P 为带的节距; n 为齿数; δ 为带紧边长非节距整数倍的系数, $0 < \delta < 1$ 。

由式(5)可得主动轮与从动轮之间的带位移 S_1 与 S_2 间关系:

$$S_2 = S_1 + \delta P \quad (6)$$

主、从动轮速度矢在紧边投影为带速,且

$$V_{1x} = V_{2x} \quad (7)$$

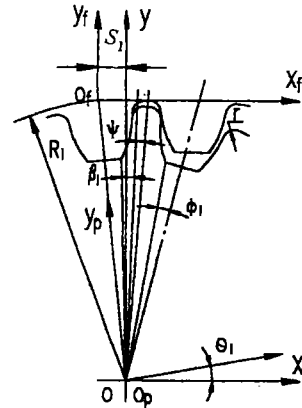


图2 双圆弧齿同步带移动量 S_1 与转角 θ_1 关系

2 计算分析

利用位移式(3),(4)及(6)式可知,当主动轮有转角 θ_1 及对应的角速度 ω_1 时,可以求出所对应的从动轮转角 θ_2 及角速度 ω_2 。对(3),(4)式求导即可求出主动轮和从动轮的加速度。

2.1 带的运动精度分析

取双圆弧齿同步带节距 $P=8\text{mm}$ 、梯形齿 $P=9.525\text{mm}$ 、主动轮 $Z_1=30$ 、从动轮 $Z_2=50$ 、主动轮角速度 $\omega_1=1\text{ rad/s}$ 。研究在带移动一个节距范围内,从动轮角速度最大波动 $\Delta\omega_{\max}$ 、水平带速最大波动 $\Delta V_{x\max}$ 和主、从动轮垂直速度最大波动 $\Delta V_{1y\max}$ 、 $\Delta V_{2y\max}$ 。结果见表1。

表1 运动参数计算结果比较

运 动 参 数	L_p					
	100	110	120	130	140	150
双圆齿 $\Delta V_{x\max D}$ (mm/s)	0.01625	0.01625	0.01625	0.01625	0.01625	0.01625
梯形齿 $\Delta V_{x\max T}$ (mm/s)	0.12657	0.12657	0.12657	0.12657	0.12657	0.12657
$\Delta V_{x\max T} / \Delta V_{x\max D}$	7.79	7.79	7.79	7.79	7.79	7.79
双圆齿 $\Delta V_{y\max D}$ (mm/s)	2.21154	2.21154	2.21154	2.21154	2.21154	2.21154
梯形齿 $\Delta V_{y\max T}$ (mm/s)	6.75577	6.75577	6.75577	6.75577	6.75577	6.75577
$\Delta V_{y\max T} / \Delta V_{y\max D}$	3.05	3.05	3.05	3.05	3.05	3.05
双圆齿 $\Delta V_{2y\max D}$ (mm/s)	1.33943	1.33338	1.32984	1.34650	1.33181	1.33897
梯形齿 $\Delta V_{2y\max T}$ (mm/s)	4.01804	4.02367	4.04042	4.03508	4.02324	4.03890
$\Delta V_{2y\max T} / \Delta V_{2y\max D}$	3.0	3.02	3.04	3.01	3.02	3.02
双圆齿 $\Delta \omega_{\max D}$ (rad/s)	0.00033	0.00034	0.00035	0.00035	0.00034	0.00034
梯形齿 $\Delta \omega_{\max T}$ (rad/s)	0.00144	0.00226	0.00226	0.00221	0.00200	0.001710
$\Delta \omega_{\max T} / \Delta \omega_{\max D}$	4.35	6.68	6.55	6.33	5.82	6.31
双圆齿 $a_{\max D}$ (mm/s ²)	1.1173	1.1173	1.1173	1.1173	1.1173	1.1173
梯形齿 $a_{\max T}$ (mm/s ²)	3.41	3.41	3.41	3.41	3.41	3.41
$a_{\max T} / a_{\max D}$	3.05	3.05	3.05	3.05	3.05	3.05

从表1中可以看出,带长 L_p 的变化对速度波动的影响不大,但由此可以得出双圆弧齿同步带的传动精度,运动平稳性远远高于梯形齿同步带。

2.2 带传动的动载荷

带速与从动轮速度的变化,引起传动系统产生附加的动载荷。同时,当带齿与带轮啮合过程中,带与轮受到冲击产生振动与噪声,也加剧了带齿的磨损。对(3),(4)式求导,得出双圆弧齿与梯形齿同步带的最大加速度计算式

双圆弧齿
$$a_{\max} = R_1 \omega_1^2 \sin(0.5\beta_1) \tag{8}$$

梯形齿
$$a_{\max} = R_1 \omega_1^2 \sin(\varphi_1) \tag{9}$$

计算结果见表1。梯形齿同步带最大加速度为双圆弧齿同步带3.05倍,而由此产生的动载荷、噪声、冲击磨损要比双圆弧齿同步带大。

2.3 带长对带的运动性能的影响

同链传动一样,当紧边带长为带节距的整数倍时,且主动轮、从动轮齿数相等,速度波动为零。紧边带长越接近节距的整数倍,速度波动越小,产生的冲击和噪声越小。

3 结论

影响同步带传动精度的主要因素是多边形的边长,由于梯形齿同步带传动中齿顶不与带轮槽接触,带齿构成直边产生多边形效应,而双圆弧齿顶与齿槽接触,部分减少带齿形成的多

边形边长,大大降低了多边形效应,使其传动精度、传动噪声、冲击振动小于梯形齿同步带。

参 考 文 献

- 1 蔡春源. 机电液设计手册 中册. 北京:机械工业出版社,1997
- 2 Weiming Zhang, T. Koyama et al. A Study on Jitter of Serial Printer Bull JSME. C Hen. 62 (594): 126

Analysis of Transmission Precision for Trapezoid and Double Curve Synchronous Belt

Guo Jianhua

Gu Shujuan Xia Jinlin

(Qiqihar University)

(Qiqihar No. 2 Tools Factory)

Abstract According to transmission characteristics of synchronous belt, transmission precision calculation model is established. on the basis of analyzing polygon effect of synchronous transmission produced by tooth outline parameter of belt and pulley. At the same time, effect of analyzing tighten side length and tooth profile parameter of belt and pulley to transmission precision is done. The paper calculates and compares transmission precision of trapezoid and double curve synchronous belt and provides calculation foundation for applying of precision equipment.

Key words / Trapezoid tooth Double curve tooth Synchronous belt
Transmission precision